

# OPERADORES SINGULARES, FRACCIONARIOS Y MAXIMALES, UN RECORRIDO POR EL ANÁLISIS ARMÓNICO EN FAMAF.

MARÍA SILVINA RIVEROS

ABSTRACT. Un problema clásico del análisis fue ver para que valores de  $x$  existe

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\epsilon} \int_{x-\epsilon}^{x+\epsilon} f(y)dy = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\epsilon} \int_{\mathbb{R}} \chi_{[-\epsilon, \epsilon]}(x-y)f(y)dy.$$

Si  $f$  es continua en todo  $\mathbb{R}$  sabemos la respuesta y es para todo  $x \in \mathbb{R}$  el límite da  $f(x)$ . Pero ¿y si pedimos menos? Si  $f$  es integrable Lebesgue, ¿Que podemos decir? Los operadores integrales singulares aparecen como operadores auxiliares vinculados a problemas concretos de sumabilidad a series de Fourier y teoría del potencial. Un ejemplo es la Transformada de Hilbert que aparece al querer estudiar la conjugada armónica del núcleo de Poisson del semiplano superior. En general si consideramos operadores

$$Tf(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} K_{\epsilon} * f(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\mathbb{R}^n} K_{\epsilon}(x-y)f(y)dy,$$

para cierta  $K$  adecuada se pretenden contestar diversas preguntas: ¿Para que  $x \in \mathbb{R}^n$  esto tiene sentido?, ¿Si  $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$  entonces  $Tf$  estará en algún  $L^q(\mathbb{R}^n)$  adecuado? ¿Hay control de las normas de estos operadores? y ¿si cambio la medida de Lebesgue por otra? Para contestar algunas de estas preguntas aparecen operadores que controlan al operador  $T$  que se llaman operadores maximales. El estudio de estos operadores maximales y las medidas donde estos son acotados permiten obtener algunas respuestas de las planteadas para  $T$ .

Una gran revolución en el análisis la realizan Zygmund y Calderón entre 1950-1960, sustituyendo los métodos complejos, que ya no valen en dimensiones superiores, por métodos de variable real. Alberto Calderón propone un programa en el que las álgebras de operadores integrales singulares son la clave para entender las ecuaciones en derivadas parciales con coeficientes no suaves. En los años 80 vía unos cursos de posgrado dictados por los Doctores Roberto Macías y Josefina Álvarez, llegan estos temas a IMAF. Con la democracia y la formación de FAMAF, en 1984 se crean las secciones y los grupos de investigación. Contaré un poco como se formó el grupo de Ecuaciones y Análisis, como se lograron los primeros doctorados y diversos resultados obtenidos a lo largo de los años.

Estoy en esta hermosa institución desde antes de empezar a estudiar la licenciatura. Para finalizar haré un recorrido fotográfico de mi paso IMAF/FAMAF a lo largo de estos años.

M. S. RIVEROS, FAMAF, UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA, CIEM (CONICET), 5000 CÓRDOBA, ARGENTINA

*Email address:* `sriveros@famaf.unc.edu.ar`