PROGRAMA DE ASIGNATURA	
ASIGNATURA: Teoría de Conjuntos Descriptiva y Aplicaciones	**AÑO:** 2025
CARACTER: Especialidad	**UBICACIÓN EN LA CARRERA:** 5° año 2° cuatrimestre
CARRERA: Licenciatura en Matemática	
REGIMEN: Cuatrimestral	**CARGA HORARIA:** 120 horas

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

La Teoría de Conjuntos Descriptiva comprende el estudio de subconjuntos definibles en espacios Polacos (i.e., separables completamente metrizables). Estos conjuntos se ordenan en una jerarquía que comienza con los conjuntos borelianos y prosigue con los conjuntos analíticos y proyectivos.

Las aplicaciones de éste tema son variados, desde problemas concercientes a series trigonométricas (notablemente, el problema de "conjuntos de unicidad") a la lógica y la Computación Teórica (en particular, para procesos de decisión de Markov sobre espacios no discretos).

Por último, es una variante "accesible" de la Teoría de Conjuntos general dado que involucra subconjuntos en espacios concretos.

El objetivo principal es introducir las técnicas de definibilidad y de clasificación estructural de estos conjuntos para identificar problemas "salvajes" y similares, y pasar revista a aplicaciones clásicas al análisis y actuales en el área de las Ciencias de la Computación.

CONTENIDO

1 - Espacios Polacos

Repaso de espacios topológicos y métricos.
Árboles: representación de conjuntos cerrados.
Ejemplos de espacios polacos: compactos, perfectos, de dimensión cero.
Hipótesis del continuo para espacios polacos.
Conjuntos con la propiedad de Baire.

2 - Conjuntos Borelianos

Definiciones Básicas: espacios medibles. Espacios Borel estándar. El teorema del Conjunto Perfecto para Borelianos. Conjuntos analíticos. Teoremas de Lusin y de Suslin. Teorema de Isomorfismo para espacios Borel estándar. Conjuntos Borel universales.
Repaso de espacios de medida. Medidas Borel. El espacio de medidas de probabilidad. Isomorfismo de medidas.
Relaciones de equivalencia sobre espacios Borel estándar. Selectores y transversales medibles.
Introducción a las estructuras métricas (teoría de modelos continua).
Juegos infinitos. Teorema de Gale-Stewart. Determinación de juegos Borel.
Principio de Determinación.

3 - Conjuntos Analíticos

Representaciones de conjuntos analíticos. Conjuntos analíticos universales.
Determinación para analíticos. Ejemplos de conjuntos analíticos (completos): isomorfismo de estructuras contables; bisimilitud en marcos de Kripke.
Propiedades de regularidad de conjuntos analíticos: del conjunto perfecto, medibilidad universal y propiedad de Baire.
Aplicación a los procesos de decisión de Markov.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

[1994] A. Kechris, Classical Descriptive Set Theory. Grad. Texts in Math. 156, Springer-Verlag.
[2002] D. Marker, Descriptive Set Theory. Notas de curso en la U. Illinois at Chicago http://www.math.uic.edu/~marker/math512/dst.pdf.
[2006] Notes on Set Theory. Y. Moschovakis. UTM. Springer.
[1986] W. Rudin, Real and Complex Analysis. Third Edition. McGraw-Hill Series in Higher Mathematics.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

[2006] P. Celayes, Procesos de Markov Etiquetados sobre Espacios de Borel Estándar, Trabajo Final de Lic. en Matemática, FaMAF, UNC.
[2012] P. D'Argenio, N. Wolovick, P. Celayes, P. Sánchez Terraf, Bisimulations for non-deterministic labelled Markov processes. Mathematical Structures in Comp. Sci., 22 (1): 43–68.
[2003] G. Hjorth, Countable models and the theory of Borel equivalence relations. En Peter Cholak (ed.), "The Notre Dame lectures". LNL 18, Association for Symbolic Logic.
[2011] P. Sánchez Terraf, Unprovability of the logical characterization of bisimulation. Information and Computation, 209 (7): 1048–1056.
[2017] P. Sánchez Terraf, Bisimilarity is not Borel, Mathematical Structures in Computer Science 27: 1265–1284.

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

No habrá evaluaciones durante el cursado

REGULARIDAD

cumplir un mínimo de 70% de asistencia a clases teóricas, prácticas, o de laboratorio.

CORRELATIVIDADES

Para cursar:
Tener aprobadas: Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, Física General, Análisis Matemático III y Álgebra III.
Para rendir tener aprobada: Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, Física General.