PROGRAMA DE ASIGNATURA	
ASIGNATURA: Topología General	**AÑO:** 2025
CARACTER: Obligatoria	**UBICACIÓN EN LA CARRERA:** 3° año 1° cuatrimestre
CARRERA: Licenciatura en Matemática	
REGIMEN: Cuatrimestral	**CARGA HORARIA:** 120 horas

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

La topología es básica dentro de la matemática avanzada ya que tiene vinculación con casi todas las áreas de la matemática. Asimismo es la más moderna entre las básicas. Su contenido fundamental es el estudio de la "deformación continua" de los cuerpos geométricos y de la generalización de "transformaciones continuas". Para generalizar este concepto es preciso definir de manera intrínseca en qué contexto específico se trabajará con este concepto. Es decir qué características tendrán los "espacios topológicos" para poder establecer el concepto de función continua entre ellos sin necesidad de mirarlos insertos en otro espacio ambiente.
La definición formal intrínseca de espacio topológico debe permitir establecer el sentido de cercanía. La definición formal actual más usada por sus implicancias no es la más natural y el alcance que tiene hace que la intuición formada en los ejemplos básicos de R^n y de curvas y superficies en el espacio no sea suficiente para abarcar la riqueza de ejemplos que brinda la topología y que escapan a los objetos originales de su estudio. Es por ello que resulta necesario un trabajo profundo con ejemplos que permitan construir una nueva intuición ampliando el tipo de objetos que involucra y desarrollar la imaginación espacial. Asimismo, es importante destacar que existen diferentes maneras equivalentes de presentar una topología, o los conceptos vinculados a ella.
En el interés de analizar los espaclos topológicos y cuándo dos de ellos resultan equivalentes, resulta importante comprender conceptos clásicos preservados a través de funciones continuas como compacidad, conexidad, propiedades de separabilidad, entre otros. Es decir, el estudio de invariantes en la categoría de espacios topológicos.
Como en toda categoría matemática es importante conocer distintas formas de construir otros objetos de la misma categoría a partir de objetos ya dados. En ese sentido los conceptos de topología producto y topología cociente son fundamentales para construir nuevos espacios topológicos.
En el estudio de funciones continuas en R^n, las sucesiones juegan un papel importante que permite definir ese concepto desde otro enfoque. En ese sentido, el concepto de sucesión no es suficiente para extender los resultados clásicos que las involucran al contexto de espacios topológicos generales. Es por ello que resulta necesario generalizar la noción de sucesión plasmados en la definición de red y extender los resultados conocidos en este nuevo contexto de espacios topológicos.

Los objetivos a lograr en este curso es que los/as estudiantes desarrollen capacidad y adquieran destreza en:
- Reconocer el concepto de espacio topológico y de topología en su más ampiio sentido y distinguir las distintas formas equivalentes de definirlos.
- Construir una nueva intuición del significado de continuidad de funciones a través del manejo de diversos ejemplos.
- Utilizar el significado de compacidad y conexidad y de otros invariantes topológicos dentro de este nuevo contexto de espacios topológicos.
- Construir nuevos espacios topológicos a partir de otros dados (topología producto, topología cociente, etc.).
- Manejar el concepto de convergencia y la generalización del concepto de sucesión al contexto general de espacios topológicos, como así también reconocer ciertas propiedades topológicas en términos de los mismos.

- Utilizar los distintos tipos de propiedades de separación y resultados relevantes que las involucren.
- Visualizar otros invariantes topológicos como el grupo fundamental de un espacio topológico.
- Relacionar conceptos topológicos con otras áreas de la matemática y aplicaciones a otras ciencias.

CONTENIDO

1. Espacios topológicos.

Introducción. Espacios métricos. Ejemplos. Entornos. Abiertos. Topología y espacios topológicos. Ejemplos. Caracterización de una topología por una familia de entornos.
Topologías comparables. Ejemplos. Cerrados. Caracterización de una Topología por una familia de cerrados. Puntos interiores, de clausura, de frontera y de acumulación de un conjunto. Caracterización de la clausura y el interior de un conjunto.

2. Funciones continuas. Invariantes topológicos.

Funciones continuas. Equivalencias para que una función sea continua. Funciones abiertas, cerradas y homeomorfismos. Inmersiones topológicas. Ejemplos.
Base de entornos. Base y sub-base de una Topología. Conjuntos densos. Espacios N_1, N_2 y separables. Relaciones entre estos conceptos. Ejemplos. Equivalencias en los espacios métricos entre N_2 y separabilidad. Cubrimientos y sub-cubrimientos.
Espacios de Lindelof. Teorema de Lindelof. Topología relativa. Propiedades hereditarias. Espacios T_1 y T_2 o de Hausdorff. Ejemplos.

3. Conexión y compacidad.

Espacios conexos. Clausura e imagen continua de conexos son conexos. Unión de conexos no separados. Los convexos de R^n son conexos. Determinación de los conexos de R. Componentes conexas. Espacios localmente conexos. Equivalencias para la conexión local. Espacios arco conexos y localmente arco conexos. Componentes arco conexas.
Espacios Compactos. Teorema de Heine-Borel (en R^n). Compactos de un espacio métrico. Funciones propias.

4. Topologías producto y cociente.

Topología inicial y final. Topología producto. Base de la Topología producto. Las proyecciones son abiertas. Producto de espacios T_2 y de espacios conexos. El producto de dos compactos es compacto.
Lema de Alexander. Teorema de Tijonov. Los compactos de R^n. Topología suma. Topología cociente. Abiertos saturados.
Propiedad universal de las funciones continuas desde un espacio cociente. Condiciones para que el cociente sea T_2. Ejemplo de espacios cocientes: toro, proyectivos reales y complejos.
Ejemplos de Cocientes obtenidos del cuadrado unitario I^2: cilindro, cono, esfera S^2, toro T^2, la cinta de Moebius, la Botella de Klein, el proyectivo RP^2.
Los grupos O(n) y SO(n). Las esferas S^n como cociente SO(n+1)/SO(n). SO(n) es conexo.

5. Convergencia.

Sucesiones. Convergencia. Puntos de aglomeración de sucesiones. Caracterización en un espacio N_1 de la clausura, de los cerrados y de las funciones continuas, por sucesiones. Sucesiones en un espacio producto.
Redes. Convergencia. Caracterización de la Topología por redes. Caracterización de las funciones continuas, los espacios T_2 y los espacios compactos, por redes. Espacios secuencialmente compactos relaciones entre los conceptos de espacios compactos y secuencialmente compactos. Equivalencias de compacidad para un espacio métrico N_2. Lema del cubrimiento de Lebesgue. Número de Lebesgue.
Sucesiones de Cauchy en un espacio métrico. Espacios métricos completos. Los espacios métricos compactos son completos.

6. Separación.

Espacios regulares, completamente regulares, normales y completamente normales; relaciones entre estos conceptos. Ejemplos. Un espacio regular y de Lindeloff es normal. Lema de Urysohn. Teorema de Tietze (enunciado). Espacios localmente compactos. Un espacio localmente compacto y T_2 es regular. Un espacio localmente compacto y regular es completamente regular,. Teorema de Baire.
Compactación de un espacio topológico. Compactación de Alexandroff. S^n como compactación de R^n. Espacios paracompactos.

7. Inmersión y metrización.

Familia de funciones que distinguen puntos y familias que separan puntos de cerrados. Teorema de inmersión de Tijonov. Compactación de Cech. Teorema de inmersión de Urysohn. Equivalencias de metrizabilidad. Variedades topológicas.

8. Grupo fundamental.

Curvas homotópicas. Grupo fundamental de un espacio arco conexo. Espacios simplemente conexos. Ejemplos. Funciones y espacios homotópicos.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

1. Topology, James R, Munkres. Prentice Hall, 2000, second edition.
2. Topología, Isabel G. Dotti y María J. Druetta. Trabajos de Matemática, FaMAF, 1992, Serie C,
3. Topología General, John Kelley. Eudeba Manuales, 1975, segunda edición.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

1. Elementos de Topología, Alicia García y Walter N. Dal Lago. Trabajos de Matemática, FaMAF, 2000, Serie C, Nro. 29.
2. Introducción a la topología algebraica, Alicia García y Cristián Sánchez. Dirección general de Publicaciones de la UNC, 1994.
3. Introduction to General Topology, K. D. Joshi. John Wiley and Sons, 1983.
4. Basic Topology, M. A. Armstrong. Springer UTM, 1983.
5. Topology, James Dugundji. Allyn and Bacon, 1974.

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

- Dos evaluaciones parciales y un recuperatorio. Las evaluaciones parciales son escritas, sobre problemas teórico-prácticos.
- El examen final consta de una evaluación escrita con una parte práctica de las características de los trabajos prácticos, y una parte oral sobre temas desarrollados en las clases teóricas.

REGULARIDAD

1. cumplir un mínimo de 70% de asistencia a clases teóricas y prácticas.
2. aprobar al menos dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.

PROMOCIÓN

No corresponde